Přijímací zkouška z FYZIKY
bakalářské studium
KFY FP TUL
2021

Datum:

Přidělené číslo:

Počet získaných bodů:

Za každou úlohu se dá získat 10 bodů, maximální počet bodů celkem je 50. Příklady řešte nejdřív obecně, pak numericky kde je to možné. V odpovědích můžou vystupovat pouze veličiny uvedené v zadání. Celková doba na vypracování testu je 60 minut, povolena je kalkulačka. Finální výsledky zřetelně vyznačte rámečkem, u kterého bude napsáno číslo a písmeno příslušné části úlohy - kupříkladu 1 a), ...

1 Mechanika

Těleso bylo vrženo v gravitačním poli Země (zrychlení velikosti g) z vodorovné podlahy pod úhlem α, největší vzdálenost od podlahy během pohybu byla H. Ztráty mechanické energie je možné zanedbat.
a) Jaká je velikost rychlosti kterou bylo těleso vrženo?
b) Maximálně jaká část počáteční energie se při daném úhlu vrhu může proměnit v potenciální energii?
Nejdřív řešte obecně, pak pro $g = 10\mathrm{ms}^{-2}$, $H = 7,2\mathrm{m}$, $\alpha = 30°$.
——————————————————————————-

Řešení:

a) Zvolme nulovou hladinu potenciální energie na podlaze, osu x podél ní, osu y nahoru v kolmém směru na podlahu. Během pohybu se zachovává x-ová složka hybnosti, neboť síla působí jenom ve směru y. Hmotnost tělesa se nemění, proto se zachovává také složka rychlosti $v_x = v\cos\alpha$.
Počáteční energie je $E_0 = 1/2m(v_x^2 + v_y^2) = 1/2mv^2(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) = 1/2mv^2$.
V momentě max. výstupu je $v_y = 0$ a tedy $E_H = 1/2m(v_x^2 + 0) + mgH = 1/2mv^2\cos^2\alpha + mgH$

Ze zákona zachování mechanické energie plyne

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_x^2 + mgH = \frac{1}{2}mv^2\cos^2\alpha + mgH$$

$$mv^2(1 - \cos^2\alpha) = 2mgH$$
$$mv^2\sin^2\alpha = 2mgH$$

$$v = \frac{\sqrt{2gH}}{\sin\alpha} = \frac{\sqrt{2 \times 10\mathrm{ms}^{-2} \times 7,2\mathrm{m}}}{1/2} = 24\mathrm{ms}^{-1}$$

b) Celková energie je rovna E_0, maximální potenciální energie je $E_{Pmax} = mgH = 1/2mv^2\sin^2\alpha$ (poslední rovnost plyne ze zákona zachování energie).

$$\frac{E_{Pmax}}{E_0} = \frac{1/2mv^2\sin^2\alpha}{1/2mv^2} = \sin^2\alpha = 0,5^2 = 0,25$$

2 Elektromagnetismus

Mezi dvěma dostatečně rozsáhlými nabitými deskami s opačným nábojem je vytvořeno přibližně homogenní elektrostatické pole. Ze záporně nabité desky jsou uvolněna dvě záporně nabitá prachová zrnka, označme je A,B. Náboje na zrnkách jsou zanedbatelným zlomkem náboje na desce. Zrnko A je 4-krát těžší než zrnko B a má 9-krát větší velikost náboje. Obě startují současně, s nulovou rychlostí, a vzájemně se neovlivňují. Stanovte poměr časů, které zrnka A,B potřebují k uražení dráhy ke kladně nabité desce.

——————————————————————————-

Řešení:

Označme
m_A hmotnost, q_A náboj, a_A zrychlení a t_A dobu pohybu zrnka A,
m_B hmotnost, q_B náboj, a_B zrychlení a t_B dobu pohybu zrnka B,
a nakonec E intenzitu pole mezi deskami.
Pole je homogenní, síla působící po celé dráze bude konstantní - jedná se o rovnoměrně zrychlený pohyb. Obě zrnka mají urazit stejnou dráhu. Pro rovnoměrně zrychlený pohyb s našimi počátečními podmínkami to znamená $\frac{1}{2}a_A t_A^2 = \frac{1}{2}a_B t_B^2$.
Pro zrychlení platí $a_A = \frac{q_A E}{m_A}$, $a_B = \frac{q_B E}{m_B}$.

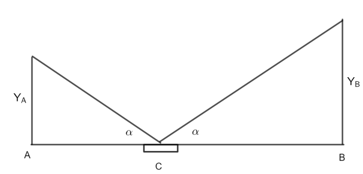
$$\frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{a_B}{a_A}} = \sqrt{\frac{q_B E}{m_B}\frac{m_A}{q_A E}} = \sqrt{\frac{q_B m_A}{q_A m_B}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

3 Optika

Dva lidé stojí proti sobě na vodorovné podlaze v bodech A,B ve známé vzdálenosti $|AB|$ od sebe. Na spojnici mezi nimi, v bodě C, je na podlaze položeno malé rovinné zrcátko. Jestliže člověk v bodě A má oči ve výšce Y_A a člověk v bodě B ve výšce Y_B, a v dané situaci si právě v zrcátku vzájemně vidí do očí, určete vzdálenosti $|AC|$ a $|CB|$.
Nejdřív řešte obecně, pak pro $|AB| = 6,8m$, $Y_A = 1,6m$, $Y_B = 1,8m$.

Řešení:

Úhel dopadu je roven úhlu odrazu - proto máme situaci s podobnými trojúhelníky jako na obrázku.



$$\frac{Y_A}{|AC|} = \frac{Y_B}{|CB|}$$

$$|AC| + |CB| = |AB|$$

Z těchto dvou rovnic dostáváme

$$|AC| = |AB|\frac{Y_A}{Y_A + Y_B} = 6,8m \times \frac{1,6}{1,6 + 1,8} = 3,2m$$

$$|CB| = |AB|\frac{Y_B}{Y_A + Y_B} = 6,8m \times \frac{1,8}{1,6 + 1,8} = 3,6m$$

4 Molekulová fyzika a termika

V kalorimetru probíhá tepelná výměna mezi kovovým závažím a vodou. Závaží je 3-krát těžší než voda. Po ustálení jsme zjistili, že závaží se ochladilo o $10°C$ a voda se ohřála o $5°C$. Jaký je poměr tepelných kapacit závaží a vody? Předpokládejte, že ztráty tepla do okolí a kalorimetru jsou zanedbatelné.

——————————————————————————-

Řešení:

Označme m_z, t_z, c_z hmotnost, počáteční teplotu a měrnou tepelnou kapacitu závaží, a dále m_v, t_v, c_v hmotnost, počáteční teplotu a měrnou tepelnou kapacitu vody, a t ustálenou teplotu soustavy.

$$m_z c_z (t_z - t) = m_v c_v (t - t_v)$$

$$\frac{c_z}{c_v} = \frac{m_v}{m_z} \frac{(t - t_v)}{(t_z - t)} = \frac{1}{3} \frac{5}{10} = \frac{1}{6}$$

5 Kmity, vlny

Kytarová struna délky L má frekvenci základního tónu f_1. Jestliže její délku přichycením u pražce zmenšíme o 10 procent, jak se změní výška základního tónu v poměru k původní situaci?

——————————————————————————-

Řešení:

Stojatým kmitům struny délky L upevněné na koncích přísluší vlnové délky $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ a frekvence $f_n = c\frac{n}{2L}$ kde n je přirozené číslo a c rychlost vln. (Stojaté vlny se "nešíří", ale je možné je vyjádřit jako superpozici postupujících vln s danou rychlostí.) Stojatá vlna na struně délky $\tilde{L} = 0,9L$ bude tedy mít frekvence $\tilde{f}_n = c\frac{n}{2\tilde{L}}$.

$$\frac{\tilde{f}_1}{f_1} = \frac{L}{\tilde{L}} \Rightarrow \tilde{f}_1 = \frac{10}{9} f_1$$